



ispitni centar

**PRAVA
MJERA
ZNAJJA**

**DRŽAVNO
TAKMIČENJE**

2018.

ŠIFRA UČENIKA

OSNOVNA ŠKOLA, VI RAZRED

MATEMATIKA

UKUPAN BROJ OSVOJENIH BODOVA

Test pregledala/pregledao

Podgorica, 20..... godine

UPUTSTVO ZA RAD

Drage učenice i učenici,

Čestitamo! Uspjeli ste da dođete na državno takmičenje iz matematike i samim tim ste već napravili veliki uspjeh. Zato zadatke koji su pred vama posmatrajte kao interesantne probleme i potrudite se da ih rješavate s punom pažnjom i zalaganjem, ali i sa uživanjem.

Redoslijed izrade zadataka nije bitan. Ako vam je neki zadatak suviše težak, nemojte se na njemu dugo zadržavati, već pređite na sljedeći. Ukoliko vam bude preostalo vremena, vratite se i pokušajte uraditi zadatke koje nijeste rješavali.

Pišite čitko, naročito brojeve!

Radite samostalno. Nijesu dozvoljena nikakva dogovaranja. U slučaju da neko ma na koji način ometa rad, biće udaljen sa takmičenja.

U radu možete koristiti školski pribor za crtanje geometrijskih figura, ali nije dozvoljeno upotreba mobilnih telefona, kalkulatora i bilo kojih drugih elektronskih pomagala.

Za svaki zadatak je predviđeno po 25 bodova.

Za rad imate 180 minuta.

Počnite sa radom. *Srećno!*

- 1.** *Fantastiko* i *Đavolice* su vatrometne rakete sa fitiljima od različitih materijala. *Fantastiko* ima fitilj dužine 27 cm i treba mu manje vremena da izgori nego fitilju *Đavolice* koji je dugačak 20 cm. Ako zapalimo fitilje istovremeno, poslije deset sekundi ostaće neizgoreno po 12 cm od oba fitilja. Ako prvo zapalimo fitilj *Đavolice*, nakon koliko sekundi treba zapaliti fitilj *Fantastika* da bi se obje rakete lansirale istovremeno?

Podsjetimo se: fitilj je posebni kanap na kraju rakete koji služi za njeno lansiranje. Kada zapalimo kraj fitilja on gori skraćujući se, a kada potpuno izgori raketa se lansirala.

- 2.** Dat je rastući niz svih prirodnih brojeva djeljivih sa tri ili četiri:
3, 4, 6, 8, 9, 12, 15, 16, 18, 20, 21, 24, 27, ...
Koji je 2018. broj u ovom nizu?

- 3.** Precizni poslastičar Poleksić pravi *tortu na sprat*. Prvo je napravio veći komad torte u obliku kvadra visine 15cm. Osnova kvadra je kvadrat stranice 40cm. Zatim je napravio komad torte u obliku kocke ivice 25cm koji je stavio na sredinu gornje strane velikog kvadra. Sve što treba da uradi da bi završio tortu je da je premaže šlagom. Iskusni Poleksić zna da je 400g njegovog šlaga dovoljno za premazivanje tačno 13dm^2 površine torte. Koliko mu je tačno kilograma šlaga potrebno da bi završio tortu?

- 4.** U tačno tri sata i trideset minuta poslije podne ugao između kazaljki na ispravnom satu je α . Koliko će sati biti kada prvi sljedeći put velika kazaljka bude pokazivala tačno na broj četiri dok sa malom kazaljkom bude zaklapala ugao $\beta = 2\alpha - 20^\circ$?

Rješenja:

- 1.** Označimo sa a dužinu koja izgori za jedan sekund na fitilju Fantastika, a sa b dužinu koja za jedan sekund izgori na fitilju Đavolice. Tada je dužina fitilja Fantastika $27=12+10\cdot a$, a dužina fitilja Đavolice je $20=12+10\cdot b$. Kada riješimo ove jednačine dobijamo $a=1.5\text{cm}$, a $b=0.8\text{cm}$. Dakle, Fantastiko se lansira za $27 : 1.5 = 18$ sekundi, a Đavolice za $20 : 0.8=25$ sekundi. To znači da fitilj Fantastika treba zapaliti 7 sekundi kasnije.

2.

1	2	<u>3</u>	<u>4</u>	5	<u>6</u>	7	<u>8</u>	<u>9</u>	10	11	<u>12</u>
13	14	<u>15</u>	<u>16</u>	17	<u>18</u>	19	<u>20</u>	<u>21</u>	22	23	<u>24</u>
25	26	<u>27</u>	<u>28</u>	29	<u>30</u>	31	<u>32</u>	<u>33</u>	34	35	<u>36</u>
37	38	<u>39</u>	<u>40</u>	41	<u>42</u>	43	<u>44</u>	<u>45</u>	46	47	<u>48</u>
49	50	<u>51</u>	<u>52</u>	53	<u>54</u>	55	<u>56</u>	<u>57</u>	58	59	<u>60</u>

Prvi broj, u nizu svih prirodnih brojeva, koji je djeljiv i sa tri i sa četiri je $NZS(3,4)=12$. Primijetimo da među svakih 12 uzastopnih prirodnih brojeva postoji tačno 6 njih koji su djeljivi sa tri ili četiri: $12k+3$, $12k+4$, $12k+6$, $12k+8$, $12k+9$ i $12k+12$.

Ovo znači da se na šestom mjestu zadanog niza nalazi broj 12, na dvanaestom mjestu se nalazi broj 24, i tako redom: ako je k prirodan broj, na mjestu sa rednim brojem $6k$ se nalazi broj $2\cdot 6k$.

Primijetimo: $2018 = 2016+2 = 6\cdot 336+2$. Koristeći prethodnu analizu zaključujemo da je 2016. broj u nizu $2\cdot 2016=4032$. Nakon toga slijede 2017. broj 4035 i 2018. broj 4036.

- 3.** Donja strana kvadra se ne premazuje šlagom. Četiri bočne strane kvadra se premazuju šlagom. Radi se o četiri istovjetna pravougaonika. Površina svakog od njih je $40\cdot 15=600\text{cm}^2$.

Gornja strana kvadra se ne premazuje cijela, već samo onaj dio koji nije prekriven donjom stranom kocke. Dakle, površina koja se premazuje jednaka je razlici površina osnova kvadra i kocke: $40\cdot 40-25\cdot 25=975\text{cm}^2$.

Šlagom se premazuje i pet strana kocke (sve strane kocke osim donje). Svaka od njih je kvadrat površine $25\cdot 25=625\text{cm}^2$.

Dakle, ukupna površina za premazivanje je: $4\cdot 600+975+5\cdot 625=6500\text{cm}^2 = 65\text{dm}^2$

Kako je $65=5\cdot 13$, to je za premazivanje cijele torte potrebno $5\cdot 400=2000\text{g}=2\text{kg}$ šlaga.

4. Za bilo kojih sat vremena mala kazaljka se pomjeri za tačno $360^{\circ}:12=30^{\circ}$. Kada bi istovremeno mala kazaljka pokazivala tačno na broj tri, a velika tačno na broj šest, ugao između kazaljki bi bio 90° . Medjutim, ovakva situacija je nemoguća na ispravnom satu: u 3 i 30 mala kazaljka je prešla pola puta između broja tri i broja četiri i time se pomjerila za 15° sa trojke. To znači da je u 3 i 30 ugao između kazaljki $\alpha = 90^{\circ} - 15^{\circ} = 75^{\circ}$, pa je $\beta = 2 \cdot 75^{\circ} - 20^{\circ} = 130^{\circ}$.

Ako velika kazaljka pokazuje na broj četiri to znači da je trenutno vrijeme S sati i 20 minuta, gdje je S nepoznato. Prvo vrijeme tog oblika nakon 3 i 30 je 4 i 20. U tom trenutku ugao između kazaljki je 10° (jer je prošla trećina tekućeg sata, pa se mala kazaljka pomjerila za 10° sa broja četiri). U 5 i 20 ugao između kazaljki je 40° , jer je prošlo tačno sat vremena od 4 i 20, pa je mala kazaljka prešla dodatnih 30° . Na sličan način zaključujemo da je u 6 i 20 ugao između kazaljki 70° , u 7 i 20 je 110° , a u 8 i 20 je 130° , što je i rješenje zadatka.

