

ŠIFRA UČENIKA

## M A T U R S K I I S P I T

JUN 2015.

## MATEMATIKA

## U P U T S T V O

## VRIJEME RJEŠAVANJA TESTA JE 150 MINUTA

**Pribor:** grafitna olovka i gumica, hemijska olovka, geometrijski pribor.  
Upotreba digitrona nije dozvoljena.

**Pažljivo pročitajte uputstvo.**

Ne okrećite stranice i ne rješavajte zadatke dok to ne dozvoli dežurni nastavnik.

Test sadrži 20 zadataka.

Tokom rada možete koristiti formule koje su date na stranama 4 i 5.

Uz test je dat i list za odgovore za zadatke višestrukog izbora. Potrebno je da na odgovarajuće mjesto pažljivo prepisete svoje odgovore za prvih 8 zadataka.

Očekuje se da je kod zadataka otvorenog tipa detaljno napisan postupak rješavanja, da je krajnji rezultat sveden (npr. izvršeno je skraćivanje razlomaka, sabiranje članova iste vrste) i da je napisana odgovarajuća jedinica mjere (kod zadataka iz stereometrije).

**Zadatak će se vrednovati sa 0 bodova ako je:**

- netačan
- zaokruženo više ponuđenih odgovora
- nečitko i nejasno napisan
- rješenje napisano grafitnom olovkom

Grafike i geometrijske slike možete crtati grafitnom olovkom.

Ukoliko pogriješite, prekrižite i rješavajte ponovo. Ako ste zadatak riješili na više načina, nedvosmisleno označite koje rješenje ocjenjivač boduje.

Kad završite sa rješavanjem, provjerite svoje odgovore.

Želimo vam puno uspjeha!





**PRAZNA STRANA**

## FORMULE

- $i^2 = -1$ ,  $z = a + bi$ ,  $\bar{z} = a - bi$ ,  $a, b \in \mathbb{R}$
- $(a \pm b)^3 = a^3 \pm 3a^2b + 3ab^2 \pm b^3$ ,  $a^3 \pm b^3 = (a \pm b)(a^2 \mp ab + b^2)$
- $\sqrt[n]{a^m} = a^{\frac{m}{n}}$
- Vietova pravila:  $x_1 + x_2 = -\frac{b}{a}$ ,  $x_1 \cdot x_2 = \frac{c}{a}$
- Tjeme parabole:  $T\left(-\frac{b}{2a}, \frac{4ac - b^2}{4a}\right)$
- $\log_a b = \frac{\log_c b}{\log_c a}$ ,  $\log_{a^k} b = \frac{1}{k} \log_a b$
- Skalarna projekcija vektora na osu  $pr_x \vec{a} = |\vec{a}| \cdot \cos \alpha$
- Skalarni proizvod vektora preko koordinata  $\vec{a}_1 \cdot \vec{a}_2 = x_1x_2 + y_1y_2 + z_1z_2$
- Vektorski proizvod vektora preko koordinata  
 $\vec{a}_1 \times \vec{a}_2 = (y_1z_2 - z_1y_2)\vec{i} + (z_1x_2 - x_1z_2)\vec{j} + (x_1y_2 - y_1x_2)\vec{k}$
- $\sin 2\alpha = 2\sin \alpha \cos \alpha$ ,  $\cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha$
- $\sin(\alpha \pm \beta) = \sin \alpha \cos \beta \pm \sin \beta \cos \alpha$ ,
- $\cos(\alpha \pm \beta) = \cos \alpha \cos \beta \mp \sin \beta \sin \alpha$
- $tg(\alpha \pm \beta) = \frac{tg \alpha \pm tg \beta}{1 \mp tg \alpha \cdot tg \beta}$
- $\sin \alpha + \sin \beta = 2\sin \frac{\alpha + \beta}{2} \cos \frac{\alpha - \beta}{2}$ ,  $\sin \alpha - \sin \beta = 2\cos \frac{\alpha + \beta}{2} \sin \frac{\alpha - \beta}{2}$
- $\cos \alpha + \cos \beta = 2\cos \frac{\alpha + \beta}{2} \cos \frac{\alpha - \beta}{2}$ ,  $\cos \alpha - \cos \beta = -2\sin \frac{\alpha + \beta}{2} \sin \frac{\alpha - \beta}{2}$
- Sinusna teorema:  $\frac{a}{\sin \alpha} = \frac{b}{\sin \beta} = \frac{c}{\sin \gamma} = 2R$
- Kosinusna teorema:  $a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos \alpha$
- Trougao:  $P = \frac{ah_a}{2}$ ,  $P = \frac{ab \sin \gamma}{2}$ ,  
 $P = \sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}$ ,  $s = \frac{a+b+c}{2}$ ,  $P = r \cdot s$ ,  $P = \frac{abc}{4R}$
- Paralelogram:  $P = a \cdot h_a$ , Romb:  $P = \frac{d_1 \cdot d_2}{2}$  Trapez:  $P = \frac{a+b}{2} \cdot h$
- Prizma:  $P = 2B + M$ ,  $V = B \cdot H$
- Piramida:  $P = B + M$ ,  $V = \frac{1}{3} B \cdot H$
- Zarubljena piramida:  $P = B_1 + B_2 + M$ ,  $V = \frac{H}{3} (B_1 + \sqrt{B_1 B_2} + B_2)$

$R$  – oznaka za poluprečnik

- Valjak:  $P = 2B + M = 2R\pi(R + H)$ ,  $V = B \cdot H = R^2\pi H$
- Kupa:  $P = B + M = R\pi(R + l)$ ,  $V = \frac{1}{3}B \cdot H = \frac{1}{3}R^2\pi H$
- Zarubljena kupa:  $P = \pi(R_1^2 + R_2^2 + (R_1 + R_2)l)$ ,  $V = \frac{1}{3}\pi H(R_1^2 + R_1R_2 + R_2^2)$
- Sfera:  $P = 4R^2\pi$       Lopta:  $V = \frac{4}{3}R^3\pi$
- Rastojanje između dvije tačke:  $|AB| = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$
- Površina trougla:  $P = \frac{1}{2}|x_1(y_2 - y_3) + x_2(y_3 - y_1) + x_3(y_1 - y_2)|$
- Ugao između dvije prave:  $\operatorname{tg} \varphi = \left| \frac{k_2 - k_1}{1 + k_1 k_2} \right|$
- Rastojanje između tačke i prave:  $d = \left| \frac{Ax_0 + By_0 + C}{\sqrt{A^2 + B^2}} \right|$
- Kružna linija:  $(x - a)^2 + (y - b)^2 = R^2$   
Uslov dodira kružne linije sa centrom u koordinatnom početku i prave  
 $R^2(1 + k^2) = n^2$
- Elipsa:  $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ ,  $F_{\frac{1}{2}}(\pm\sqrt{a^2 - b^2}, 0)$   
Uslov dodira prave i elipse:  $a^2k^2 + b^2 = n^2$
- Hiperbola:  $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$ ,  $F_{\frac{1}{2}}(\pm\sqrt{a^2 + b^2}, 0)$ , asimptote hiperbole  $y = \pm \frac{b}{a}x$   
Uslov dodira prave i hiperbole:  $a^2k^2 - b^2 = n^2$
- Parabola:  $y^2 = 2px$ ,  $F(\frac{p}{2}, 0)$   
Uslov dodira prave i parabole:  $p = 2kn$
- Aritmetički niz:  $a_n = a_1 + (n - 1)d$ ,  $S_n = \frac{a_1 + a_n}{2}n$
- Geometrijski niz:  $b_n = b_1 \cdot q^{n-1}$ ,  $S_n = \frac{b_1(1 - q^n)}{1 - q}$ ,  $q \neq 1$

U sljedećim zadacima zaokružite slovo ispred tačnog odgovora.

**1.** Koje od sljedećih tvrđenja je tačno za realne brojeve  $a, b$  i  $c$ ?

- A.  $(a < b \wedge a < c) \Rightarrow b < c$
- B.  $(a > b \wedge b > c) \Rightarrow a > c$
- C.  $(a > b \wedge a > c) \Rightarrow a > b + c$
- D.  $(a > b \wedge a > c) \Rightarrow b > c$

3 boda

**2.** Ako neki proizvod pojeftini za  $p\%$  cijena mu je 120€, a ako poskupi za  $p\%$  cijena mu je 180€. Koliko je  $p$ ?

- A. 10
- B. 15
- C. 20
- D. 25

3 boda

**3.** Vrijednost izraza je  $16^{(-2)^{-2}} : 16^{-2^{-2}}$  je:

- A. -1
- B.  $\frac{1}{4}$
- C. 1
- D. 4

3 boda

4. Koji od datih skupova je rješenje nejednačine  $\frac{1}{x} \geq 5$ ?

A.  $\left(-\infty, \frac{1}{5}\right]$

B.  $\left(0, \frac{1}{5}\right]$

C.  $\left[0, \frac{1}{5}\right)$

D.  $\left[\frac{1}{5}, +\infty\right)$

3 boda

5. Ako je  $6 - \frac{1}{2}c = 10$  i  $\frac{1}{2^a} = \sqrt[8]{2}$  tada je proizvod  $a \cdot c$  jednak:

A. -1

B. 0

C. 1

D. 8

3 boda

6. Gdje su tačke sa koordinatama  $(2,1)$  i  $(1,-1)$  u odnosu na pravu  $4x + 5y - 6 = 0$ ?

A. pripadaju pravoj

B. samo jedna pripada pravoj

C. sa iste strane prave

D. sa različitih strana prave

3 boda

- 7.** Neka je  $M$  tačka na trigonometrijskoj kružnoj liniji kojoj odgovara ugao od  $\frac{11\pi}{3}$ .  
Koje su njene koordinate?

A.  $M\left(\frac{1}{2}, -\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$

B.  $M\left(-\frac{1}{2}, \frac{\sqrt{3}}{2}\right)$

C.  $M\left(\frac{\sqrt{3}}{2}, \frac{1}{2}\right)$

D.  $M\left(-\frac{\sqrt{3}}{2}, -\frac{1}{2}\right)$

*3 boda*

- 8.** Zbir 20 uzastopnih parnih prirodnih brojeva je 1580. Najveći broj od njih je:

A. 84

B. 88

C. 94

D. 98

*3 boda*



Zadatke koji slijede rješavajte postupno.

9. Izračunajte  $\frac{\sqrt[3]{4}}{\sqrt[3]{4} + \sqrt[3]{2} + 1} + \sqrt[3]{4}$ .

Rješenje:

3 boda

**10.** Ako je  $z = \frac{1-i}{3+i}$ , odredite  $z \cdot \bar{z}$ .

**Rješenje:**

*3 boda*

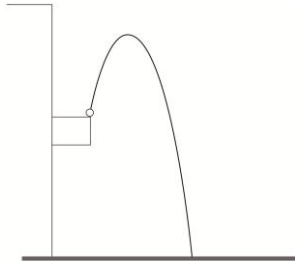
**11.**

Riješite sistem jednačina

$$\begin{cases} 2x - \frac{5x - y}{6} = y - 5 \\ \frac{7x + 2y}{3} = \frac{4y - 7x}{6} \end{cases}.$$

**Rješenje:***3 boda*

- 12.** Na slici je prikazana putanja lopte koja je bačena sa balkona. Visina lopte iznad tla  $h(t)$ , izražena u metrima, data je formulom  $h(t) = 15 + 10t - 5t^2$ , pri čemu je  $t$  vrijeme proteklo od trenutka bacanja lopte izraženo u sekundama.



- a) Poslije koliko vremena će lopta udariti u tlo?
- b) Sa koje visine je bačena lopta?
- c) Do koje će najveće visine lopta stići u odnosu na tlo?

*2 boda*

*1 bod*

*2 boda*

**Rješenje:**

**13.** Riješite nejednačinu  $\log_{0,25}(2-x) > -1$ .

**Rješenje:**

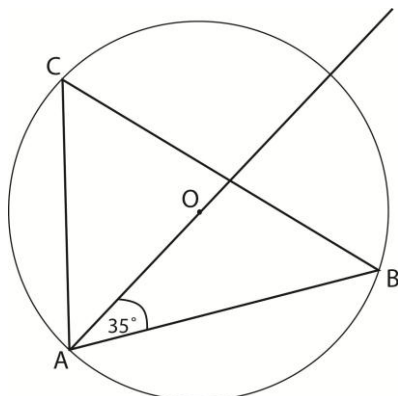
*3 boda*

**14.** Riješite jednačinu  $\sin 2x - \cos x = 0$ .

**Rješenje:**

*4 boda*

15. Izračunajte mjeru ugla  $\angle ACB$ , ako je  $\angle OAB = 35^\circ$  (O je centar kružne linije).



Rješenje:

3 boda

- 16.** Kolika je zapremina pravilne četverostrane prizme ako je njena površina  $162\text{ cm}^2$ , a razvijanjem njenog omotača se dobija kvadrat?

**Napomena:** Uz rješenje je **neophodno** da nacrtate i skicu koja odgovara tekstu zadatka.

Rješenje:

4 boda



**17.** Odredite ugao pod kojim se sijeku asimptote hiperbole  $x^2 - \frac{y^2}{3} = 1$ .

**Rješenje:**

*3 boda*

**18.** Za koje vrijednosti promjenljive  $x$  su jednaki prvi izvodi funkcija

$$f(x) = (3x^2 - 12)^2 \text{ i } g(x) = x^3 - 12x - 9?$$

**Rješenje:**

*3 boda*

**19.** Odredite oblast definisanosti funkcije  $f(x) = \frac{\sqrt{-x}}{x^2 + 6x}$ .

**Rješenje:**

*3 boda*

- 20.** Na testu iz matematike je 8 zadataka sa višestrukim izborom. Za svaki zadatak ponuđena su 4 odgovora označena sa A, B, C i D. Na koliko različitih načina učenik može da popuni list sa odgovorima, ako za svaki zadatak kao odgovor može unijeti samo jedno od slova?

**Rješenje:**

*3 boda*



















1.

2.

3.

4.

5.

6.

7.

8.

9.

10.

1.

2.

3.

4.

5.

6.

7.