ispitni centar
PRAVA
MJERA
ZNANJA

DRŽAVNO TAKMIČENJE 2019.

ŠIFRA UČENIKA

SREDNJA ŠKOLA

FIZIKA

UKUPAN BROJ OSVOJENIH BODOVA

Test pregledala/pregledao

....

....

Podgorica, ... 20......... godine

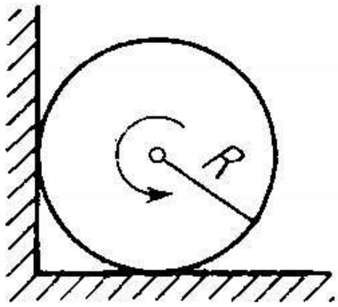
Uputstvo za takmičare

Zadatak	Poeni
1	20
2	20
3	20
4	20
5	20
Ukupno	100

Vrijeme za rad: 180 min.

Dozvoljeni pribor: hemijska olovka, geometrijski pribor, kalkulator.

1. Homogena lopta poluprečnika R zarotirana je ugaonom brzinom ω_0 i postavljena u ugao između dva zida tako da je osa rotacije lopte paralelna pravoj u kojoj se sijeku ravni zidova (slika). Koliko će obrtaja napraviti lopta do zaustavljanja ako je koeficijent trenja između nje i zidova μ?



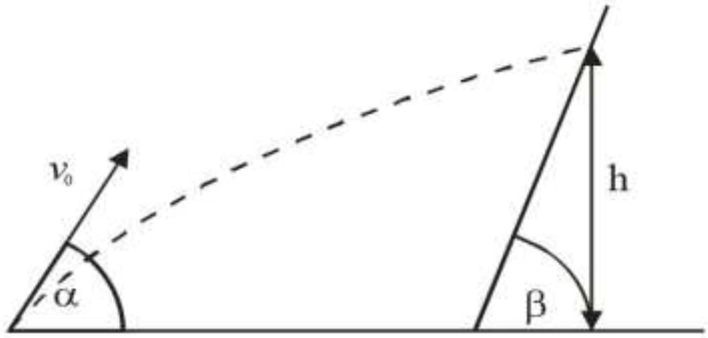
Slika uz zadatak 1

2. U horizontalnom, zatvorenom, cilindričnom sudu nalazi se klip koji može da klizi duž suda bez trenja. Klip je spojen sa lijevom bazom cilindra pomoću lake elastične opruge. Lijevo od klipa je vakuum, a desno jednoatomski gas u zapremini V_0, na pritisku p_0 i temperaturi T_0. Odrediti toplotni kapacitet ovog sistema. Kada je u cijelom sudu vakuum, ravnotežni položaj klipa je uz desnu bazu cilindra i opruga tada nije deformisana. Sud i klip su od materijala koji ne provodi toplotu i njihovi toplotni kapaciteti su zanemarljivi.

3. Neka je dato n tačaka, i neka je između svake dvije od tih tačaka priključen kondenzator kapaciteta C. Odrediti ekvivalentni kapacitet veze između bilo koje dvije tačke (od datih n).

4. Homogeni metalni valjak poluprečnika $20cm$ rotira oko svoje uzdužne ose ugaonom brzinom $1000\,rad/s$. Kolika treba da je indukcija homogenog magnetnog polja, čije su linije paralelne sa osom valjka, da bi napon između ose i površine valjka bio jednak nuli?

5. **Elastična lopta je bačena pod uglom $\alpha = 60^o$ u odnosu na podlogu, početnom brzinom $v_0 = 10m/s$. Nakon nekog vremena udara u zid koji je nagnut pod ulom $\boldsymbol{\beta} = 82,5^o$ u odnosu na podlogu. Lopta udara u zid prije nego što dostigne maksimalnu visinu svoje putanje, a mjesto udara se nalazi na visini $h = v_0{}^2/4g$ od podloge. Koju maksimalnu visinu, u odnosu na podlogu, će dostići lopta nakon odbijanja od zida?**



Slika uz zadatak 5

Rješenja zadataka:

1. **Na slici su prikazane sile koje djeluju na loptu. Nakon nekog vremena lopta će se zaustaviti, jer momenti sila trenja usporavaju njenu rotaciju. Za rotaciju lopte važi jednačina:**

$$I\alpha = (F_{tr1} + F_{tr2})R \dots [3p.]$$

gdje je $I = \frac{2}{5}mR^2 \dots [1p.]$ **. Odavde je:**

$$\alpha = \frac{5(F_{tr1} + F_{tr2})}{2mR} \dots [1p.]$$

Sile reakcija zidova su: $N_1 = mg - F_{tr2} \dots [1p.]$ **i** $N_2 = F_{tr1} \dots [1p.]$**. Slijedi:** $F_{tr1} = \mu(mg - F_{tr2}) \dots [1p.]$ **i** $F_{tr2} = \mu F_{tr1} \dots [1p.]$ **, tj.** $F_{tr2} = \mu^2(mg - F_{tr2}) \dots [1p.]$**.Odatle se nalaze sile trenja:**

$$F_{tr2} = \frac{\mu^2 mg}{1 + \mu^2} \dots [1p.]$$

$$F_{tr1} = \frac{\mu mg}{1 + \mu^2} \dots [1p.]$$

Slijedi:

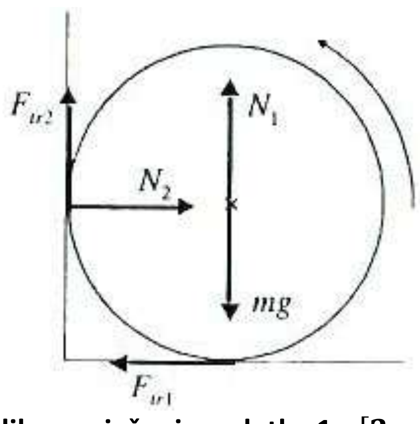
$$\alpha = \frac{5\mu g(1 + \mu)}{2R(1 + \mu^2)} \dots [2p.]$$

Ako lopta napravi n obrtaja prije nego što se zaustavi, onda važi:

$$2\pi n = \frac{{\omega_0}^2}{2\alpha} \dots [2p.]$$

Odakle nalazimo:

$$n = \frac{{\omega_0}^2 R(1 + \mu^2)}{10\pi\mu g(1 + \mu)} \dots [2p.]$$



Slika uz rješenje zadatka 1...$[2p.]$

2. **Označimo sa S površinu poprečnog presjeka suda i klipa, a sa k koeficijent elastičnosti opruge. Uslov ravnoteže klipa i jednačina početnog stanja gasa su:**
$p_0S = kl \dots [1p.]$ **i** $p_0Sl = nRT_0 \dots [1p.]$ **. Odavde slijedi:**

$$kl^2 = nRT_0 \dots [1p.]$$

Neka je gasu predata elementarna količina toplote ΔQ i pri tome se temperatura gasa poveća za ΔT, a klip se pomjeri za Δl. Iz uslova ravnoteže za novo stanje gasa važi:

$$k(l + \Delta l)^2 = nR(T_0 + \Delta T) \dots [4p.]$$

U ovom procesu gas je izvršio rad koji je jednak promjeni potencijalne enrgije opruge:

$$\Delta A = \frac{k(l + \Delta l)^2}{2} - \frac{kl^2}{2} = \frac{nR(T_0 + \Delta T)}{2} - \frac{nRT_0}{2} = \frac{nR\Delta T}{2} \dots [4p.]$$

Prema prvom zakonu termodinamike je:

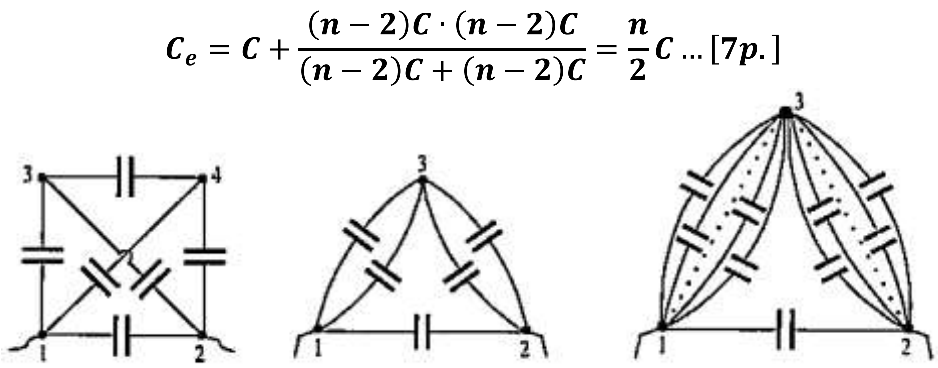
$$\Delta Q = \Delta A + \Delta U = \frac{nR\Delta T}{2} + \frac{3}{2}nR\Delta T = 2nR\Delta T \dots [5p.]$$

Onda je toplotni kapacitet:

$$C = \frac{\Delta Q}{\Delta T} = 2nR = 2\frac{p_0V_0}{T_0} \dots [4p.]$$

3. **Stavimo prvo da je $n = 4$. Treba naći ekvivalentni kapacitet između tačaka 1 i 2 (slika a). Tačke 3 i 4 su simetrično postavljene i imaju iste potencijale pa se kondenzator između njih može izbrisati, a ekvivalentna shema kola prikazana je na slici (b)...$[5p.]$.**
Slično tome, u sistemu od n tačaka povezanih kondenzatorima, sve tačke osim 1 i 2 su na jednakim potencijalima. Pri tome su tačke 1 i 2 proizvoljne dvije tačke. Dakle na ekvivalentni kapacitet utiču samo oni kondenzatori čija je bar jedna obloga vezana za tačku 1 ili za tačku 2...$[5p.]$. Ekvivalentna shema takvog kola je prikazana na slici (c).
Konačno dobijamo:

$$C_e = C + \frac{(n-2)C \cdot (n-2)C}{(n-2)C + (n-2)C} = \frac{n}{2}C \dots [7p.]$$



(a) (b) (c)

Slika uz rješenje zadatka 3...$[3p.]$

4. **U odsustvu magnetnog polja pri obrtanju valjka na slobodne elektrone djeluje samo centrifugalna sila, pa se usljed toga oni gomilaju na obodu valjka. Tako se između ose valjka i njegove periferije indukuje električno polje...$[3p.]$. Ako se elektron nalazi na rastojanju r od ose valjka, u stacionarnom stanju za njegovo kretanje važi:**

$$mr\omega^2 = eE \ldots [3p.]$$

odakle se dobija jačina električnog polja:

$$E = \frac{m\omega^2}{e} r \ldots [1p.]$$

Pošto smo dobili da je jačina polja homogena linearna funkcija rastojanja r, onda se napon između ose valjka i njegovog oboda može računati po formuli:

$$U = E_{sr}R = \frac{m\omega^2 R^2}{2e} \ldots [3p.]$$

gdje je R poluprečnik valjka.
Kada se uključi magnetno polje čiji je pravac paralelan sa osom valjka, na elektrone duž poluprečnika valjka djeluje Lorencova sila. Električno polje se neće indukovati ako centrifugalna i Lorencova sila imaju jednake intenzitete i suprotne smjerove...$[3p.]$:

$$mr\omega^2 = evB \ldots [3p.]$$
$$mr\omega^2 = er\omega B \ldots [2p.]$$

Odavde se lako nalazi da je magnetna indukcija:

$$B = \frac{m\omega}{e} = 5,7 \cdot 10^{-9} T \ldots [2p.]$$

5. **Pošto je $\alpha = 60^o$, za kosi hitac važi: $v_x = \frac{v_0}{2} \ldots [1p.]$. U trenutku udara lopte u zid ($y = h$) važi:**

$$v_{1x} = v_x \ldots [2p.]$$

$$v_{1y} = \sqrt{{v_{0y}}^2 - 2gh} = \sqrt{\frac{3{v_0}^2}{4} - 2gh} = \sqrt{\frac{3{v_0}^2}{4} - 2g\frac{{v_0}^2}{4g}} = \sqrt{\frac{{v_0}^2}{4}} = \frac{v_0}{2} = v_{1x}[4]$$

Pošto su brzine po x i y-osi jednake, ugao u odnosu na podlogu pod kojim lopta udara u zid je $\varphi = 45^o \ldots [1p.]$. U odnosu na ravan zida lopta udara pod uglom $\beta - \varphi = 37,5^o$, i odbija se pod istim uglom...$[1p.]$. Ugao novog hica u odnosu na horizontalu onda iznosi $180^o - 2(\beta - \varphi) - \varphi = 60^o \ldots [1p.]$. Brzina ovog hica je jednaka brzini udara o zid:

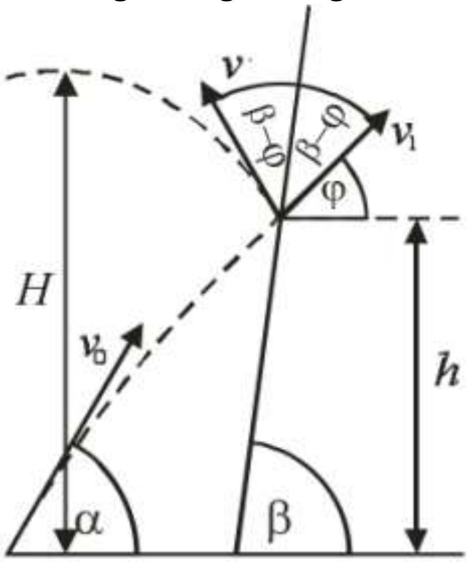
$$v' = v_1 = \sqrt{{v_{1x}}^2 + {v_{1y}}^2} = v_0\frac{\sqrt{2}}{2} = 5\sqrt{2}\frac{m}{s} \ldots [2p.]$$

Pošto je $v'_y = v_0\frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = v_0\frac{\sqrt{6}}{4} \ldots [1p.]$, u odnosu na tačku udara lopta dostiže visinu:

$$h_1 = \frac{{v'_y}^2}{2g} = \frac{6{v_0}^2}{32g} \ldots [2p.]$$

Ukupna visina koju lopta dostiže u odnosu na podlogu je:

$$\boldsymbol{H = h + h_1 = \frac{v_0{}^2}{4g} + \frac{6v_0{}^2}{32g} = \frac{7v_0{}^2}{16g} = \frac{35}{8}m} \ldots [\boldsymbol{2p.}]$$



Slika uz rješenje zadatka 5...$[\boldsymbol{3p.}]$