

SHIFRA E NXËNËSIT

PROVIMI I MATURËS

QERSHOR 2015

M A T E M A T I K Ë

U D H Ë Z I M

KOHA PËR ZGJIDHJEN E TESTIT ËSHTË 150 MINUTA

Mjetet: lapsi i thjeshtë (grafit) dhe goma, lapsi kimik, veglat gjeometrike.
Përdorimi i kalkulatorit nuk lejohet.

Lexoni me kujdes udhëzimin.

Mos i shpalosni fletët dhe mos filloni me zgjidhjen e detyrave pa ju dhënë leje mësimdhënësi kujdestar.

Testi përmban 20 detyra.

Gjatë punës mund të shfrytëzoni formulat të cilat janë dhënë në faqet 4 dhe 5.

Me test është dhënë edhe lista e përgjigjeve për detyrat me zgjedhje të shumëfishtë. Është e nevojshme që në vendin përkatës me kujdes t'i përshkruani përgjigjet tuaja për 8 detyrat e para.

Pritet që të zgjidhja e detyrave të tipit të hapur rezultati përfundimtar të jetë i përfutur (p. sh. është bërë thjeshtimi i thyesave, mbledhja e anëtarëve të llojit të njëjtë) dhe të jetë e shkruar njësia përkatëse e matjes (te detyrat nga stereometria).

Detyra do të vlerësohet me 0 pikë nëse:

- është e pasaktë
- janë qarkuar më shumë përgjigje të ofruara
- është e pallexueshme dhe nuk është shkruar qartë
- zgjidhja është shkruar me laps të thjeshtë

Grafikët, figurat gjeometrike mund t'i vizatoni me laps të thjeshtë.

Nëse gaboni zgjidhjen tuaj, vendosni një vijë të kryqëzuar mbi të dhe zgjidheni përsëri. Nëse detyrën e keni zgjidhur në disa mënyra, duhet që saktësisht të theksoni zgjidhjen që duhet ta vlerësojë vlerësuesi.

Kur të përfundoni me zgjidhjen e detyrave, kontrolloni edhe një herë përgjigjet tuaja.

Ju dëshirojmë sukses të plotë!



FAQE E ZBRAZËT

FORMULAT

- $i^2 = -1$, $z = a + bi$, $\bar{z} = a - bi$, $a, b \in \mathbb{R}$
- $(a \pm b)^3 = a^3 \pm 3a^2b + 3ab^2 \pm b^3$, $a^3 \pm b^3 = (a \pm b)(a^2 \mp ab + b^2)$
- $\sqrt[n]{a^m} = a^{\frac{m}{n}}$
- Rregullat e Vietit: $x_1 + x_2 = -\frac{b}{a}$, $x_1 \cdot x_2 = \frac{c}{a}$
- Kulmi i parabolës: $T(-\frac{b}{2a}, \frac{4ac - b^2}{4a})$
- $\log_a b = \frac{\log_c b}{\log_c a}$, $\log_{a^k} b = \frac{1}{k} \log_a b$
- Projektioni shkallor i vektorit në bosht $pr_x \vec{a} = |\vec{a}| \cdot \cos \alpha$
- Prodhi i shkallor i vektorit përmes koordinatave $\vec{a}_1 \cdot \vec{a}_2 = x_1x_2 + y_1y_2 + z_1z_2$
- Prodhi i vektor i vektorit përmes koordinatave
 $\vec{a}_1 \times \vec{a}_2 = (y_1z_2 - z_1y_2)\vec{i} + (z_1x_2 - x_1z_2)\vec{j} + (x_1y_2 - y_1x_2)\vec{k}$
- $\sin 2\alpha = 2\sin \alpha \cos \alpha$, $\cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha$
- $\sin(\alpha \pm \beta) = \sin \alpha \cos \beta \pm \sin \beta \cos \alpha$,
- $\cos(\alpha \pm \beta) = \cos \alpha \cos \beta \mp \sin \beta \sin \alpha$
- $tg(\alpha \pm \beta) = \frac{tg \alpha \pm tg \beta}{1 \mp tg \alpha \cdot tg \beta}$
- $\sin \alpha + \sin \beta = 2\sin \frac{\alpha + \beta}{2} \cos \frac{\alpha - \beta}{2}$,
 $\sin \alpha - \sin \beta = 2\cos \frac{\alpha + \beta}{2} \sin \frac{\alpha - \beta}{2}$
- $\cos \alpha + \cos \beta = 2\cos \frac{\alpha + \beta}{2} \cos \frac{\alpha - \beta}{2}$, $\cos \alpha - \cos \beta = -2\sin \frac{\alpha + \beta}{2} \sin \frac{\alpha - \beta}{2}$
- Teorema e Sinusit: $\frac{a}{\sin \alpha} = \frac{b}{\sin \beta} = \frac{c}{\sin \gamma} = 2R$
- Teorema e Kosinusit: $a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos \alpha$
- Trekëndëshi: $S = \frac{ah_a}{2}$, $S = \frac{ab \sin \gamma}{2}$,
 $S = \sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}$, $s = \frac{a+b+c}{2}$, $S = r \cdot s$, $S = \frac{abc}{4R}$
- Paralelogrami: $S = a \cdot h_a$, Rombi: $S = \frac{d_1 \cdot d_2}{2}$ Trapezi: $S = \frac{a+b}{2} \cdot h$
- Prizmi: $S = 2B + M$, $V = B \cdot H$
- Piramida: $S = B + M$, $V = \frac{1}{3} B \cdot H$
- Piramida e cunguar: $S = B_1 + B_2 + M$, $V = \frac{H}{3} (B_1 + \sqrt{B_1 B_2} + B_2)$

R – shenja për rrezën

- Cilindri: $S = 2B + M = 2R\pi(R + H)$, $V = B \cdot H = R^2\pi H$
- Koni: $S = B + M = R\pi(R + l)$, $V = \frac{1}{3}B \cdot H = \frac{1}{3}R^2\pi H$
- Koni i cinguar : $S = \pi(R_1^2 + R_2^2 + (R_1 + R_2)l)$, $V = \frac{1}{3}\pi H(R_1^2 + R_1R_2 + R_2^2)$
- Sfera: $S = 4R^2\pi$ Topi: $V = \frac{4}{3}R^3\pi$
- Distanca ndërmjet dy pikave: $|AB| = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$
- Syprina e trekëndëshit: $S = \frac{1}{2}|x_1(y_2 - y_3) + x_2(y_3 - y_1) + x_3(y_1 - y_2)|$
- Këndi ndërmjet dy drejtëzave: $\operatorname{tg} \varphi = \left| \frac{k_2 - k_1}{1 + k_1 k_2} \right|$
- Distanca ndërmjet pikës dhe drejtëzës: $d = \left| \frac{Ax_0 + By_0 + C}{\sqrt{A^2 + B^2}} \right|$
- Vija rrethore: $(x - a)^2 + (y - b)^2 = R^2$
Kushti i prekjës së vijës rrethore me qendrën në fillimin e sistemit koordinativ dhe në drejtëz $R^2(1 + k^2) = n^2$
- Elipsa: $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$, $F_{1/2}(\pm\sqrt{a^2 - b^2}, 0)$
Kushti i prekjës së drejtëzës dhe elipsës: $a^2k^2 + b^2 = n^2$
- Hiperbola: $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$, $F_{1/2}(\pm\sqrt{a^2 + b^2}, 0)$, asimptotat e hiperbolës $y = \pm \frac{b}{a}x$
Kushti i prekjës së drejtëzës dhe hiperbolës: $a^2k^2 - b^2 = n^2$
- Parabola: $y^2 = 2px$, $F(\frac{p}{2}, 0)$
Kushti i prekjës së drejtëzës dhe parabolës: $p = 2kn$
- Vargu aritmetik: $a_n = a_1 + (n - 1)d$, $S_n = \frac{a_1 + a_n}{2}n$
- Vargu gjeometrik: $b_n = b_1 \cdot q^{n-1}$, $S_n = \frac{b_1(1 - q^n)}{1 - q}$, $q \neq 1$

1. Cili nga pohimet e mëposhtme është i saktë për numrat real a, b dhe c ?

A. $(a < b \wedge a < c) \Rightarrow b < c$

B. $(a > b \wedge b > c) \Rightarrow a > c$

C. $(a > b \wedge a > c) \Rightarrow a > b + c$

D. $(a > b \wedge a > c) \Rightarrow b > c$

3 pikë

2. Nëse një prodhim lirohet për $p\%$ çmimi i tij është 120€, kurse, nëse shtrenjtohet për $p\%$ çmimi i tij është 180€. Sa është vlera e p ?

A. 10

B. 15

C. 20

D. 25

3 pikë

3. Vlera e shprehjes $16^{(-2)^{-2}} : 16^{-2^{-2}}$ është:

A. -1

B. $\frac{1}{4}$

C. 1

D. 4

3 pikë

4. Cila nga bashkësitë e dhëna është zgjidhja e jobarazimit $\frac{1}{x} \geq 5$?

A. $\left(-\infty, \frac{1}{5}\right]$

B. $\left(0, \frac{1}{5}\right]$

C. $\left[0, \frac{1}{5}\right)$

D. $\left[\frac{1}{5}, +\infty\right)$

3 pikë

5. Nëse është $6 - \frac{1}{2}c = 10$ dhe $\frac{1}{2^a} = \sqrt[8]{2}$ atëherë prodhimi $a \cdot c$ është i barabartë:

A. -1

B. 0

C. 1

D. 8

3 pikë

6. Ku gjenden pikat me koordinatat $(2,1)$ dhe $(1,-1)$ në raport me drejtëzën $4x + 5y - 6 = 0$?

A. i takojnë drejtëzës

B. vetëm njëra i takon drejtëzës

C. gjenden në të njëjtën anë të drejtëzës

D. gjenden në anë të ndryshme të drejtëzës

3 pikë

7. Le të jetë M pika në vijën rrethore trigonometrike të cilës i përgjigjet këndi prej $\frac{11\pi}{3}$. Cilat janë koordinatat e saj?

A. $M\left(\frac{1}{2}, -\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$

B. $M\left(-\frac{1}{2}, \frac{\sqrt{3}}{2}\right)$

C. $M\left(\frac{\sqrt{3}}{2}, \frac{1}{2}\right)$

D. $M\left(-\frac{\sqrt{3}}{2}, -\frac{1}{2}\right)$

3 pikë

8. Shuma e 20 numrave çift natyral të njëpasnjëshëm është 1580. Numri më i madh nga këta është:

A. 84

B. 88

C. 94

D. 98

3 pikë

9. Llogaritni $\frac{\sqrt[3]{4}}{\sqrt[3]{4} + \sqrt[3]{2} + 1} + \sqrt[3]{4}$.

Zgjidhje:

3 pikë

10. Nëse është $z = \frac{1-i}{3+i}$, caktoni $z \cdot \bar{z}$.

Zgjidhje:

3 pikë

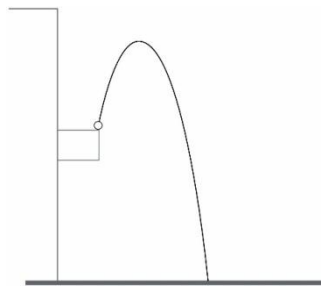
11.

Zgjidhni sistemin e ekuacioneve

$$\begin{cases} 2x - \frac{5x - y}{6} = y - 5 \\ \frac{7x + 2y}{3} = \frac{4y - 7x}{6} \end{cases}$$

Zgjidhje:*3 pikë*

- 12.** Në figurë është paraqitur trajektorja e topit që është hedhur nga ballkoni. Lartësia e topit mbi dysheme (tokë) $h(t)$ e shprehur në metra, është dhënë me formulën $h(t) = 15 + 10t - 5t^2$, me ç' rast t është koha e kaluar prej momentit të hedhjes së topit e shprehur në sekonda.



- a) Pas sa kohe do të bie topi në tokë?
- b) Nga cila lartësi është hedhur topi?
- c) Deri te cila lartësi maksimale do të arrij topi ndaj tokës?

2 pikë

1 pikë

2 pikë

Zgjidhje:

13. Zgjidhni jobarazimin $\log_{0,25}(2-x) > -1$.

Zgjidhje:

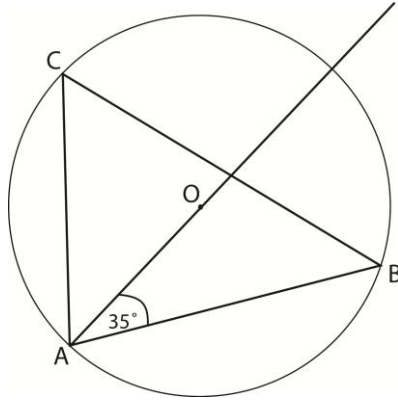
3 pikë

14. Zgjidhni barazimin $\sin 2x - \cos x = 0$.

Zgjidhje:

4 pikë

15. Llogaritni vlerën e këndit $\angle ACB$, nëse është $\angle OAB = 35^\circ$ (O është qendra e vijës rrethore).



Zgjidhje:

3 boda

16. Sa është vëllimi i prizmit të rregull katërfaqësor, nëse sipërfaqja e tij është 162 cm^2 , kurse me shtrirjen e mbështjellësit të tij fitohet katrori?

Vërejtje: Me zgjidhje është **e domosdoshme** që të vizatoni edhe skica e cila i përgjigjet tekstit të detyrës.

Zgjidhje:

4 pikë

17. Përcaktoni këndin nën të cilin priten asimptotat e hiperbolës $x^2 - \frac{y^2}{3} = 1$.

Zgjidhje:

3 pikë

- 18.** Për cilat vlera ndryshore x janë të barabartë derivatet e para të funksioneve $f(x) = (3x^2 - 12)^2$ dhe $g(x) = x^3 - 12x - 9$?

Zgjidhje:

3 pikë

19. Përcaktoni lëmin e kufizimit të funksionit $f(x) = \frac{\sqrt{-x}}{x^2 + 6x}$.

Zgjidhje:

3 pikë

- 20.** Në testin nga matematika janë dhënë 8 detyra me zgjedhje të shumëfishtë. Për secilën detyrë janë ofruar 4 përgjigje të shënuara me A, B, C dhe D. Në sa mënyra të ndryshme, mund ta plotësojë nxënësi fletën me përgjigje, nëse për secilën detyrë si përgjigje mund të shënoj vetëm një shkronjë?

Zgjidhje:

3 pikë



1.

2.

3.

4.

5.

6.

7.

8.

9.

10.

1.

2.

3.

4.

5.

6.

7.