ispitni centar
PRAVA
MJERA
ZNANJA

DRŽAVNO TAKMIČENJE 2014.

ŠIFRA UČENIKA

SREDNJA ŠKOLA

FIZIKA

UKUPAN BROJ OSVOJENIH BODOVA

Test pregledala/pregledao

....

....

Podgorica, ... 20......... godine

UPUTSTVO UČENICIMA

Redni broj zadatka	Broj bodova
1	20
2	10
3	10
4	20
5	20
6	20
Ukupno	100

Vrijeme za rad: **180 min**

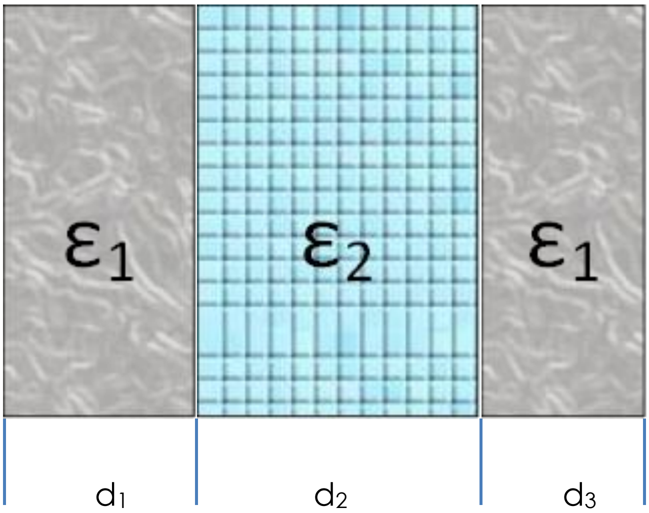
Pribor za rad: kalkulator, geometrijski pribor i hemijska olovka.

1. Tri savršeno elastične kuglice masa m_1 = 2 kg, m_2 = 1 kg i m_3 = 2 kg, miruju na glatkoj horizontalnoj podlozi, a njihovi centri masa se nalaze na jednoj pravoj. Srednju kuglicu (mase m_2) udarimo tako da dobije brzinu intenziteta v_2 = 3 m/s usmjerenu prema trećoj kuglici (mase m_3).

Naći konačne brzine kuglica.

2. Prostor između ploča ravnog kondenzatora je popunjen sa tri dielektrične pločice, debljina d_1, d_2 i d_3 (slika). Relativna dielektrična propustljivost srednje pločice je ε_2, a druge dvije pločice imaju istu dielektričnu propustljivost ε_1. Površina svake ploče kondenzatora je S.

Odrediti električni kapacitet ovakvog kondenzatora.



3. U staklenoj U – cijevi, poprečnog presjeka S = 1 cm^2 nalivena je tečnost zapremine V = 32 cm^3. Povećanjem pritiska u jednom kraku cijevi nastaju oscilacije tečnosti u cijevi.

Naći period oscilovanja tečnosti u cijevi.

4. Izvor svjetlosti se nalazi na optičkoj osi tankog sabirnog sočiva, žižne daljine f, na rastojanju x od sočiva, pri čemu je x > f. Izvor emituje svjetlosni zrak na sočivo pod uglom θ u odnosu na osu.

Zaklon se nalazi sa druge strane sočiva na udaljenosti d od njega, postavljen normalno na osu sočiva.

Odrediti udaljenost između tačke na zaklonu u koju pada zrak svjetlosti i ose sočiva. Zanemariti sve nedostatke sočiva.

5. Pri proučavanju β – raspada $_{12}Mg^{23}$ u trenutku t = 0 je uključen brojač. U toku vremenskog intervala Δt = 2 s nakon uključenja brojača broj registrovanih β čestica je n_1, a u toku sljedećeg intervala, koji je dva puta duži od prvog, broj registrovanih β čestica je 1,26 puta veći.

Odrediti konstantu radioaktivnosti $_{12}Mg^{23}$.

6. Sa površine Zemlje mase M_z i poluprečnika R_z = 6370 km, izbaci se projektil ka Mjesecu u pravcu koji spaja centre masa ova dva tijela. Masa Mjeseca i ubrzanje na njegovoj površini iznose $M_m = M_z/81$ i $g_m = g/6$. Rastojanje između centara Zemlje i Mjeseca je $D = 60R_z$, zanemariti rotaciju Mjeseca oko Zemlje, kao i sile otpora između projektila i sredine kroz koju se kreću.

Naći minimalni intenzitet brzine v_0 kojom bi trebalo izbaciti projektil sa Zemlje da bi on stigao do Mjesca.

Naći u tom slučaju intenzitet brzine v_2 kojom će projektil pogoditi Mjesec.

.

RJEŠENJA

1. Nakon prvog sudara zakon održanja impulsa i zakon održanja energije daju:

$m_2 v_2 = m_3 v_3' - m_2 v_2'$ …………… ***3b***

$\frac{1}{2} m_2 v_2^2 = \frac{1}{2} m_3 v_3'^2 + \frac{1}{2} m_2 v_2'^2$ ………………. ***3b***

Odakle slijedi da je:

$v_2' = \frac{(m_3 - m_2)}{(m_3 + m_2)} v_2 = 1\frac{m}{s}$

$v_3' = \frac{2 m_2 v_2}{m_3 + m_2} = 2\frac{m}{s}$ …………… ***2b***

Posle drugog sudara zakoni imaju oblik:

$m_2 v_2' = m_1 v_1'' - m_2 v_2''$ …………….. ***3b***

$\frac{1}{2} m_2 v_2'^2 = \frac{1}{2} m_1 v_1''^2 + \frac{1}{2} m_2 v_2''^2$ ***3b***

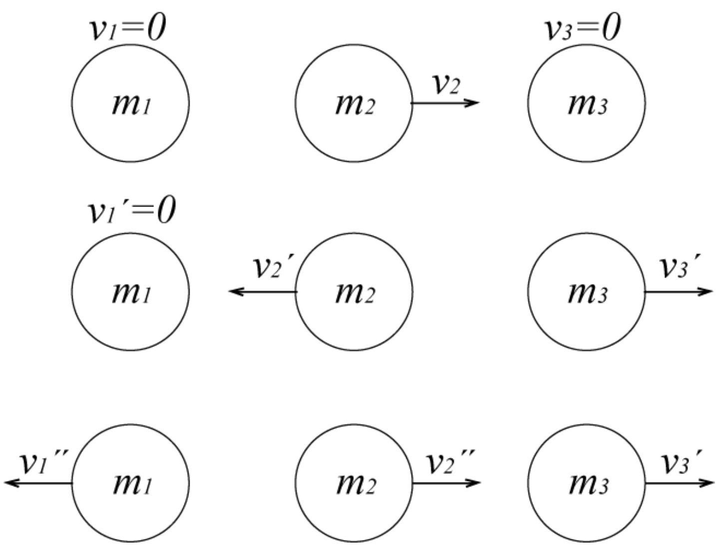
Odakle je:

$v_1'' = \frac{2 m_2 v_2'}{m_1 + m_2} = \frac{2}{3}\frac{m}{s}$ ………….. ***2b***

$v_2'' = \frac{(m_1 - m_2) v_2'}{m_1 + m_2} = \frac{1}{3}\frac{m}{s}$ ………… ***2b***

Kako je $v_2'' < v_3''$ nema daljih sudara. ……….. ***1b***

Konačne brzine kuglica imaju izračunate intenzitete i smjerove kao što su prikazani na slici. …………….. ***1b***



2. Ako se na obloge kondenzatora dovede količina naelektrisanja q ukupan napon na kondenzatoru je:
$U = U_1 + U_2 + U_3$ ………………. ***1b***
gdje su U_1, U_2 i U_3 naponi na granicama dielektrika.

Za električna polja u odgovarajućim dielektricima važi:

$$E_1 = E_3 = \frac{q}{\varepsilon_0 \varepsilon_1 S}$$ ………. ***3b***

$$E_2 = \frac{q}{\varepsilon_0 \varepsilon_2 S}$$ ***1b***

$$U = E_1 d_1 + E_2 d_2 + E_3 d_3$$ ………………. ***2b***

$$U = \frac{qd_1}{\varepsilon_0 \varepsilon_1 S} + \frac{qd_2}{\varepsilon_0 \varepsilon_2 S} + \frac{qd_3}{\varepsilon_0 \varepsilon_1 S} = \frac{q}{\varepsilon_0 \varepsilon_1 \varepsilon_2 S}\left(\varepsilon_1 d_2 + \varepsilon_2 (d_1 + d_3)\right)$$ ……………. ***2b***

Dobija se da je ekvivalentni kapacitet kondenzatora:

$$C = \frac{q}{U} = \frac{\varepsilon_0 \varepsilon_1 \varepsilon_2 S}{\varepsilon_1 d_2 + \varepsilon_2 (d_1 + d_3)}$$ …………… ***1b***

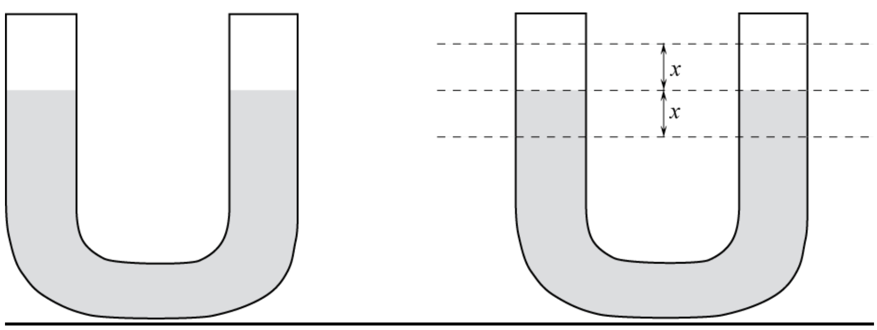
3. Prije promjene pritiska u jednom kraku cijevi, nivoi tečnosti u oba kraka bili su na istoj visini. Visinska razlika je jednaka 0: $\Delta h = 0$
Kada se izazove promjena pritiska, javlja se visinska razlika:
$\Delta h = 2x$ ………….. ***1b***
što odgovara izvođenju sistema iz ravntežnog položaja za x.

Tečnost u cijevi osciluje pod uticajem sile: $F = \Delta m g$ ***2b***
gdje je Δm masa tečnosti u stubu visine 2x, pa slijedi: $F = \rho \Delta V g$ ……… ***1b***

$F = \rho S 2xg = kx$ ……………. ***3b***
Odavde je: $k = 2\rho S g$ ………….. ***1b***

Zamjenom u izraz za period oscilovanja: $T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$ ……… ***1b*** dobija se:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{2\rho S g}} = \pi\sqrt{\frac{2V}{Sg}}$$ ………… ***1b***



4. Na sočivo pada zrak na udaljenosti od ose *h = xtgθ* …….. ***1b***
Put svjetlosnog zraka određen je jednačinom sočiva:

$$\frac{1}{f}=\frac{1}{x}+\frac{1}{l}$$ ………… ***4b***

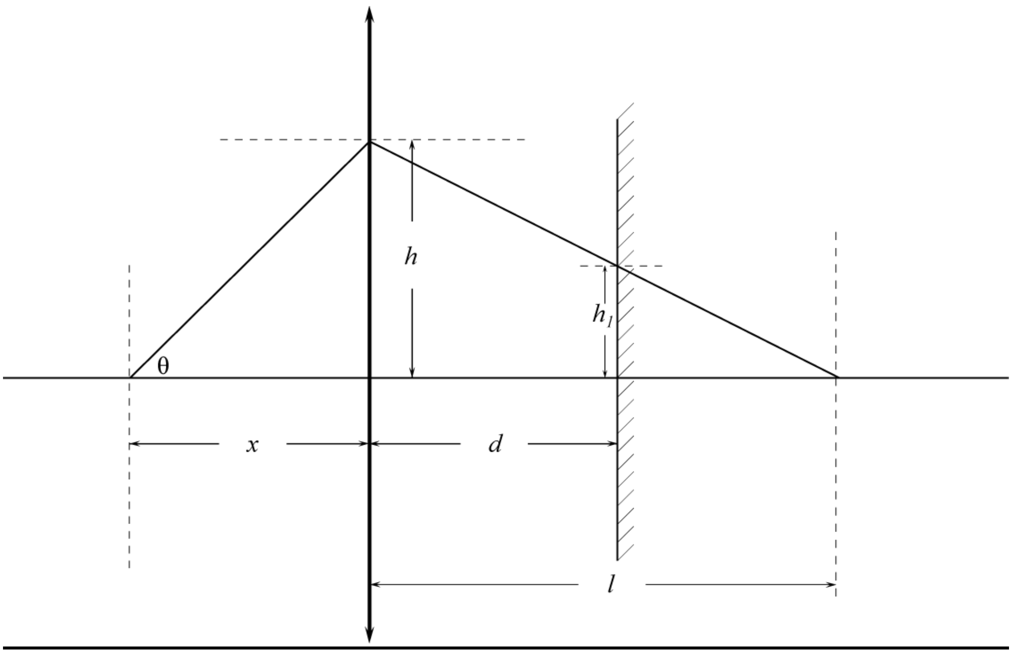
Da nema zaklona, zrak bi presjekao osu sočiva na udaljenosti

$$l=\frac{xf}{x-f}$$ ………… ***2b***

Ako je $d \le l$ tada iz sličnosti trouglova slijedi da je:

$$\frac{h_1}{h}=\frac{l-d}{l}$$ ………… ***4b***, pa tražena udaljenost iznosi:

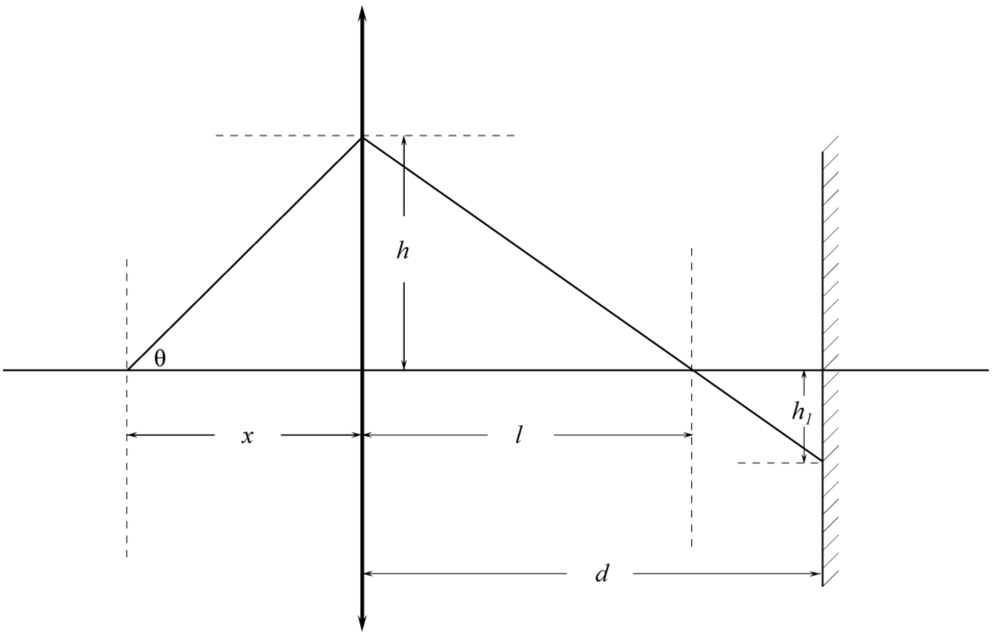
$$h_1=\frac{l-d}{l}h=\frac{l-d}{l}xtg\theta=\left(x-\frac{d(x-f)}{f}\right)tg\theta$$ ………… ***3b***



Ako je $d > l$ tada iz sličnosti trouglova slijedi da je:

$\frac{h_1}{h} = \frac{d-l}{l}$ ………… **<u>4b</u>** , pa tražena udaljenost iznosi:

$h_1 = \frac{d-l}{l} h = \frac{d-l}{l} xtg\theta = \left(\frac{d(x-f)}{f} - x \right) tg\theta$ ………… **<u>3b</u>**



5. Broj neraspadnutih jezgara u uzorku koji se ispituje nakon dva vremenska intervala je:

$N_1 = N_0 e^{-\lambda \Delta t}$ ………… **<u>2b</u>**

$N_2 = N_0 e^{-3\lambda \Delta t}$ ………… **<u>2b</u>**

pa je broj raspadnutih jezgara (emitovanih *β* - čestica) za vrijeme *Δt* jednak:

$n_1 = N_0 - N_1 = N_0 \left(1 - e^{-\lambda \Delta t}\right)$ ………… **<u>2b</u>**

a za vremenski interval 2*Δt nakon prvog intervala:*

$n_2 = N_1 - N_2 = N_0 \left(e^{-\lambda \Delta t} - e^{-3\lambda \Delta t}\right)$ ………… **<u>2b</u>**

Iz prethodne dvije jednačine slijedi:

$$\frac{n_2}{n_1} = \frac{e^{-\lambda\Delta t} - e^{-3\lambda\Delta t}}{1 - e^{-\lambda\Delta t}}$$ ………… **2b**

Ova jednačina se može riješiti uvođenjem smjene $x = e^{-\lambda\Delta t}$, pa se dobija:

$$\frac{n_2}{n_1} = \frac{x(1 - x^2)}{1 - x} = x(1 + x)$$ ………….. **2b**

$$x(1 + x) - \frac{n_2}{n_1} = 0 \Rightarrow x^2 + x - \frac{n_2}{n_1} = 0$$ ………… **2b**

Rešenja ove jednačine su:

$$x_{1,2} = \frac{-1 \pm \sqrt{1 + 4\frac{n_2}{n_1}}}{2}$$ …………… **2b**

dok fizički smisao ima samo pozitivno rešenje:

$$x = \frac{-1 + \sqrt{1 + 4\frac{n_2}{n_1}}}{2}$$ ……… **1b**

Odavde je: $e^{-\lambda\Delta t} = \frac{-1 + \sqrt{1 + 4\frac{n_2}{n_1}}}{2} \Rightarrow \lambda = -\frac{1}{\Delta t}\ln\left(\frac{\sqrt{1 + 4\frac{n_2}{n_1}} - 1}{2}\right)$ ……… **2b**

a pošto je: $\frac{n_2}{n_1} = 1.26$ slijedi da je $\lambda = 0.16\ s^{-1}$ ……………… **1b**

6. Da bi izračunali tražene brzine potrebno je odrediti mjesto gdje se nalazi tačka A u kojoj je privlačna sila Zemlje jednaka privlačnoj sili Mjeseca.

Ako je tijelo izbačeno minimalnom brzinom da bi stiglo u tačku A, onda je brzina tijela u tački A jednaka nuli.

Iz izraza za gravitcione sile Zemlje I Mjeseca u tački A imamo:

$$F_z = F_m \Rightarrow \frac{M_z}{R_1^2} = \frac{M_m}{(D - R_1)^2} \Rightarrow R_1 = \frac{9D}{10} = 54R_z$$ ………… **5b**

$R_2 = 6R_z$, gdje su R_1 i R_2 rastojanja tačke A od centra Zemlje, odnosno Mjeseca.

U gravitacionom polju se održava ukupna energija tijela, odnosno:

$$E_{tot} = E_p + E_k = const \ (*) \ldots\ldots\ldots\ldots$$ **2b**

gdje je E_p ukupna potencijalna energija tijela (referentni nivo u beskonačnosti), a E_k ukupna kinetička energija tijela.

Primjena (*) za tačku na površini Zemlje i tačku A daje minimalnu brzinu:

$$-gR_z - g_m \frac{R_m^{\ 2}}{D-R_z} + \frac{v_0^{\ 2}}{2} = -g\frac{R_z^{\ 2}}{R_1} - g_m \frac{R_m^{\ 2}}{R_2} \ \ldots\ldots\ldots\ldots$$ **5b**

gdje je g ubrzanje na Zemlji, a g_m ubrzanje na Mjesecu, pa slijedi:

$$R_m = R_z\sqrt{\frac{gM_m}{g_m M_z}} = 0.272R_z \Rightarrow \ v_0 = 0.991v_{II} = 11.08\frac{km}{s} \ldots\ldots\ldots\ldots$$ **2b**

gdje je v_{II} druga kosmička brzina za Zemlju. Primjenom (*) za tačku A i površinu Mjeseca imamo:

$$-g\frac{R_z^{\ 2}}{R_1} - g_m\frac{R_m^{\ 2}}{R_2} = -g\frac{R_z^{\ 2}}{D-R_m} - g_m R_m + \frac{v_2^{\ 2}}{2} \ldots\ldots\ldots\ldots$$ **4b**

tako da je brzina kojom projektil udara u Mjesec:

$$v_2 = 2.28\frac{km}{s} \approx 0.2v_{II} \ldots\ldots\ldots\ldots$$ **2b**