



ispitni centar

PRAVA  
MJERA  
ZNAŃJA

# DRŽAVNO TAKMIČENJE 2021.

OSNOVNA ŠKOLA, VI RAZRED

# MATEMATIKA

Autorka/autor testa .....

Recenzentkinja/recenzent .....

Podgorica, ..... 20..... godine



## UPUTSTVO ZA RAD

Drage učenice i učenici,

Čestitamo! Uspjeli ste da dođete na državno takmičenje iz matematike i samim tim ste već napravili veliki uspjeh. Zato zadatke koji su pred vama posmatrajte kao interesantne probleme i potrudite se da ih rješavate s punom pažnjom i zalaganjem, ali i sa uživanjem.

Redosljed izrade zadataka nije bitan. Ako vam je neki zadatak suviše težak, nemojte se na njemu dugo zadržavati, već pređite na sljedeći. Ukoliko vam bude preostalo vremena, vratite se i pokušajte uraditi zadatke koje nijeste rješavali.

*Pišite čitko, naročito brojeve!*

Radite samostalno. Nijesu dozvoljena nikakva dogovaranja.

U radu možete koristiti školski pribor za crtanje geometrijskih figura, ali nije dozvoljeno upotreba mobilnih telefona, kalkulatora i bilo kojih drugih elektronskih pomagala.

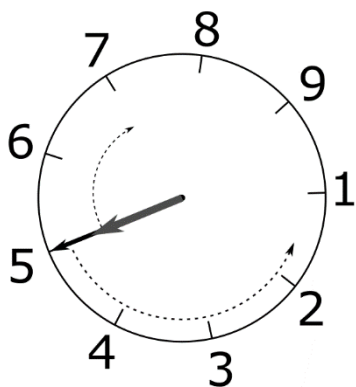
Za svaki zadatak je predviđeno po 25 bodova.

*Za rad imate 180 minuta.*

Počnite sa radom.

*Srećno!*





**1.** Na slici je TOKTIK, okrugla sprava koja liči na sat. Kao što vidiš, TOKTIK ima 9 brojeva, i dvije kazaljke: mala se kreće u smjeru kazaljke na običnom satu, a velika u suprotnom. Vrijeme koje maloj kazaljki treba da pređe put između dva susjedna broja se zove TIK, a velikoj TOK.

Trenutno obje kazaljke pokazuju na broj 5. Za 10 TIK-ova velika kazaljka će pokazivati na broj 2. Koliki će biti ugao između kazaljki kada prođe još 99 TOK-ova?

RJEŠENJE:

Nakon prvih 10 TIK-ova, mala kazaljka (koja se kreće u TIK-ovima u smjeru kazaljke na satu) se pomjerila za 10 brojeva, i pokazuje na broj 6: za 9 TIK-ova je napravila je pun krug i ponovo pokazivala na broj 5, a zatim se nakon desetog TIK-a pomjerila za još jedan broj u smjeru kazaljke na satu.

Za to vrijeme velika kazaljka se pomjerila na broj 2, što znači da je za 10 TIK-ova prošlo je  $5 - 2 = 3$  TOK-a.

Dakle, za 3 TOK-a prođe 10 TIK-ova. Kako je  $99 = 33 \cdot 3$ , za 99 TOK-ova će proći  $33 \cdot 10 = 330$  TIK-ova.

Primijetimo da je  $330 = 9 \cdot 36 + 6$ . Dakle, za 330 TIK-ova mala kazaljka (koja se kreće u TIK-ovima u smjeru kazaljke na satu) će napraviti punih 36 krugova i pokazivaće ponovo na broj 6, a zatim će se nakon još 6 TIK-ova pomjeriti za još 6 brojeva u smjeru kazaljke na satu: nakon 3 TIK-a doći će do broja 9, a nakon još tri TIK-a doći će do broja 3.

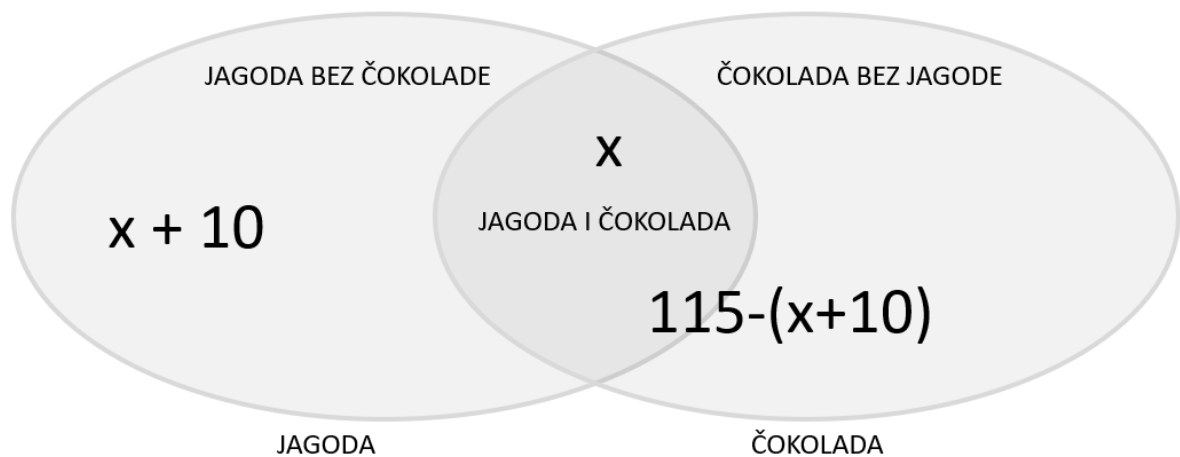
Primijetimo i da je  $99 = 9 \cdot 11$ . To znači da je velika kazaljka (koja se kreće u TOK-ovima, suprotno od smjera kazaljke na satu) za 99 TOK-ova prešla 11 punih krugova i ponovo došla na broj 2.

Dakle, velika kazaljka pokazuje na broj 3, a mala na broj 2, što znači da je ugao između kazaljki jednak uglu između dva susjedna broja. Brojeva ima 9, pa je ugao između dva susjedna broja  $360 : 9 = 40$  stepeni.

**2.** U zamrzivaču je 127 sladoleda raznih ukusa, od kojih 12 ne sadrže ni čokoladu ni jagodu. Među sladoledima sa jagodom, onih bez čokolade je za 10 više nego onih sa čokoladom. Dvije petine sladoleda sa čokoladom sadrže i jagodu. Koliko je u zamrzivaču sladoleda koji sadrže i čokoladu i jagodu?

RJEŠENJE:

Sladoleda koje sadrže jagodu ili čokoladu (ili oboje) je ukupno  $127 - 12 = 115$ .



Ako je  $x$  broj sladoleda koji sadrže i čokoladu i jagodu, onda je  $x+10$  broj sladoleda sa jagodom bez čokolade. To znači da je broj sladoleda sa čokoladom

$$115 - (x + 10) = 105 - x.$$

Po uslovu zadatka dvije petine sladoleda sa čokoladom sadrži i jagodu, odnosno:

$$\frac{2}{5}(105 - x) = x.$$

Rješavanjem posljednje jednačine dobijamo traženi rezultat  $x=30$ .

**3. Odrediti dva najmanja razlomka koji imaju dvocifrene imeniocce i jednake brojiocce, čijim se sabiranjem dobije razlomak čiji je imenilac 2021, a brojilac broj koji je kvadrat nekog prirodnog broja.**

RJEŠENJE:

Kako je  $2021 = 43 \cdot 47$ , to da bi imenilac zbira bio 2021 traženi razlomci moraju biti oblika  $\frac{x}{43}$  i  $\frac{x}{47}$ . Takvi razlomci u zbiru daju  $\frac{x}{43} + \frac{x}{47} = \frac{90 \cdot x}{2021}$ .

Da bi brojilac bio potpun kvadrat potrebno je da  $90 \cdot x$  bude potpun kvadrat. To znači da se u rastavljanju broja  $90 \cdot x$  na proste činioce svaki prost činilac pojavljuje paran broj puta.

Kako je  $90 = 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 5$ , zaključujemo da treba da bude  $x = 2 \cdot 5 = 10$ , jer se traže najmanji razlomci, a samim tim i najmanja moguća vrijednost  $x$ .

Time je  $90 \cdot x = 900 = (2 \cdot 3 \cdot 5)^2 = 30^2$ .

Dakle, traženi razlomci su  $\frac{10}{43}$  i  $\frac{10}{47}$  a rezultat sabiranja je  $\frac{900}{2021}$ .

**4.** Tvoj zadatak je da pomogneš u planiranju parka u obliku kvadrata koji je prikazan na slici. Evo što treba da znaš: površina dijela parka za rekreaciju je dva puta veća od površine ostatka parka, a površina dječijeg igrališta je tri puta veća od površine dijela za kućne ljubimce. Već je podignuta ograda oko dijela za kućne ljubimce i njena ukupna dužina je 700 metara. Na slici je isprekidanom linijom označena planirana ograda oko ostatka parka, a ti treba da odrediš kolika je dužina te planirane ograde u metrima.



RJEŠENJE:

Neka je  $a$  dužina jedne ivice parka, tj. ivica kvadrata.

Posmatrajmo dva pravougaonika: lijevi (dio za trening i rekreaciju) i desni (dječije igralište i dio za kućne ljubimce). Kako je površina dijela za rekreaciju dva puta veća od površine ostatka parka, zaključujemo da je manja stranica lijevog pravougaonika  $\frac{2a}{3}$ , a desnog  $\frac{a}{3}$ .

Na sličan način, pošto je površina dječijeg igrališta tri puta veća od površine dijela za kućne ljubimce zaključujemo da je visina gornjeg desnog pravougaonika  $\frac{a}{4}$ , a donjeg desnog pravougaonika  $\frac{3a}{4}$ .

Dakle, obim gornjeg desnog pravougaonika je  $2 \left( \frac{a}{3} + \frac{a}{4} \right) = \frac{7a}{6}$ , tj. dužina ograde dijela za kućne ljubimce je  $\frac{7a}{6} = 700$ , odakle dobijamo da je  $a = 600m$ .

Obim cijelog parka je  $4a = 2400m$ . Da bismo dobili dužinu planirane ograde, od obima parka treba oduzeti dužinu već podignutih „spoljnjih“ ograda dijela za kućne ljubimce: „gornje“ ograde dužine  $\frac{a}{3} = 200m$  i „desne“ ograde dužine  $\frac{a}{4} = 150m$ .

Dakle, dužina planirane ograde je  $2400 - 200 - 150 = 2050m$ .